

Matemáticas



Reforma de la Educación Secundaria. Fundamentación Curricular. Matemáticas fue elaborado por el personal académico de la Dirección General de Desarrollo Curricular, que pertenece a la Subsecretaría de Educación Básica de la Secretaría de Educación Pública.

Coordinador editorial
Esteban Manteca Aguirre

Cuidado de edición
Rubén Fischer

Diseño de portada
Susana Vargas Rodríguez

Formación electrónica
Angélica Pereyra
Susana Vargas Rodríguez

Primera edición, 2006

© Secretaría de Educación Pública, 2006
Argentina 28
Col. Centro, C. P. 06020
México, D. F.

ISBN 968-9076-43-4

Impreso en México
MATERIAL GRATUITO. PROHIBIDA SU VENTA

Índice

Presentación	5
<hr/>	
1. Semblanza de la asignatura	9
<hr/>	
2. Programas de estudio 2006	17
<hr/>	
3. Comentarios y aportaciones para el cambio curricular	27
<hr/>	
4. Actualidad y pertinencia en el marco internacional	29
<hr/>	

En México, la educación secundaria se estableció, desde 1925, como un nivel educativo dirigido exclusivamente a atender a la población escolar de entre 12 y 15 años de edad. La duración de sus estudios y la importancia social de sus finalidades ameritó, desde sus inicios, una organización y una identidad escolar propias. Entre sus impulsores destacó el maestro Moisés Sáenz, quien señaló la importancia de ofrecer una formación que tomara en cuenta los rasgos específicos y las necesidades educativas de la población adolescente. Antes de esa fecha los estudios secundarios formaron parte de la educación primaria superior, de los estudios preparatorianos o de las escuelas normales, y su finalidad principal consistía en preparar a aquellos que aspiraban a estudiar alguna carrera profesional, quienes en su gran mayoría pertenecían a las clases medias de las zonas urbanas.

Durante más de 80 años de existencia el servicio de educación secundaria se ha ido extendiendo paulatinamente en todo el país (sobre todo a partir de 1970), adoptando distintas modalidades para atender a una demanda creciente de alumnos ubicados en contextos diversos. No obstante, a pesar de su reconocimiento oficial como un nivel educativo específico se ha mantenido una tensión constante entre considerarlo como un ciclo formativo con el que concluye la educación básica o como una etapa escolar comprendida entre el término de la educación primaria y la iniciación de la enseñanza superior; bajo esta última concepción la secundaria vendría a ser el “ciclo básico” de la educación media y el bachillerato el “segundo ciclo”.

En 1993, con la reforma de los artículos 3° y 31 de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos se estipuló la obligatoriedad de la educación secundaria y se le reconoció como la etapa final de la educación básica. Con esta decisión la secundaria se articuló a la primaria y al preescolar, con un enfoque centrado en reconocer los saberes y las experiencias previas de los

estudiantes, propiciar la reflexión y la comprensión, el trabajo en equipo y el fortalecimiento de actitudes para la convivencia democrática y para la participación, y de manera relevante, en desarrollar capacidades y competencias. Sin embargo, después de 13 años de iniciada la reforma los resultados de diferentes evaluaciones no muestran los logros esperados. El exceso de contenidos ha impedido que los maestros apliquen cabalmente los enfoques propuestos; la atomización de los contenidos ha obstaculizado su integración; la motivación ha sido insuficiente para que los alumnos aprendan y realicen con agrado su trabajo escolar.

A fin de superar esas y otras condiciones internas y externas que afectan el trabajo de la escuela secundaria, el Programa Nacional de Educación (ProNaE) 2001-2006 planteó la necesidad de reformar nuevamente la educación secundaria; enfatizando en transformaciones que además de incidir favorablemente en lo curricular mejoren todas las condiciones indispensables para una práctica docente efectiva y el logro de aprendizajes significativos para los estudiantes. Con ese objetivo, en el año 2002 dio inicio la Reforma de la Educación Secundaria.

Actualmente la preocupación por mejorar la educación secundaria es una constante en los distintos sistemas educativos en el mundo. Existe el convencimiento de que los adolescentes no pueden ser adecuadamente atendidos con las medidas y los recursos aplicados en otras épocas y para otras generaciones. No obstante las diferencias en la legislación o en las formas que adoptan los sistemas educativos, se identifican orientaciones comunes en las distintas propuestas de cambio que comparte también la reforma de la educación secundaria en México, entre las que destacan: *a*) articular la educación secundaria a un ciclo formativo básico y general; *b*) centrar la formación de los alumnos en las competencias para saber, saber hacer y ser, con respeto a su identidad, diferencias y características sociales; *c*) ofrecer a todos los alumnos oportunidades equivalentes de formación, independientemente de su origen social y cultural; *d*) hacer de la escuela un espacio para la convivencia, donde los jóvenes puedan desplegar su creatividad y encontrar respuesta a sus intereses, necesidades y saberes diversos; *e*) promover la disposición de los jóvenes para asumir compromisos colectivos en aras de la defensa y la promoción de los derechos humanos, el respeto a la diversidad, el rechazo a la solución violenta de las

diferencias y el fortalecimiento de los valores orientados a la convivencia; *f*) replantear la formación técnica que ofrece la escuela, tomando en cuenta los acelerados cambios en el tipo de habilidades y competencias que se requieren para desempeñarse exitosamente en el mundo laboral; *g*) incorporar como parte de las herramientas que apoyan el estudio, el empleo de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación.

Además de lo anterior, la Reforma de la Educación Secundaria en México se orienta por: *a*) los postulados que nuestra sociedad ha establecido respecto de la educación y que se expresan en el artículo 3° constitucional: nacional, democrática, gratuita, obligatoria y laica; *b*) las recientes aportaciones de los diferentes campos del saber que se traducen en contenidos de aprendizaje en el currículo, y *c*) las propuestas que han resultado exitosas para la enseñanza de las asignaturas.

Por la importancia que revisten los dos últimos aspectos y a fin de que los maestros, directivos y todas aquellas personas interesadas en la educación secundaria conozcan las bases en que se fundamenta la actual reforma y las características particulares de cada asignatura, la Secretaría de Educación Pública edita los cuadernos *Fundamentación Curricular*. Con toda seguridad su revisión puntual coadyuvará a mejorar la aplicación, el seguimiento y la evaluación del currículo.

De antemano la SEP agradece los comentarios que permitan enriquecer el contenido de los documentos referidos a cada una de las asignaturas del Plan de Estudios 2006 para que México cuente con una educación secundaria más pertinente y ofrezca a los adolescentes la oportunidad de consolidar sus rasgos y competencias para desempeñarse con autonomía y responsabilidad en la sociedad presente y futura.

Secretaría de Educación Pública

1

Semblanza de la asignatura

Un acaudalado mercader alemán del siglo xv, lo suficientemente enriquecido como para poder proporcionar una amplia instrucción comercial a su hijo, se dirigió un día a un eminente especialista para consultarle a qué institución debía enviar al joven. Y ésta fue la pasmosa respuesta: “Si sólo se trata de hacerle aprender la práctica de la adición y la sustracción, cualquier universidad alemana o francesa será suficiente.

Pero si tenéis el propósito de que su instrucción abarque multiplicaciones y divisiones, supuesto que él cuente con capacidad suficiente, deberíais enviarle a alguna escuela italiana”.

¿Para qué sirven las matemáticas? Ciertamente para manejarse con las fracciones, trazar funciones, calcular ángulos, probabilidades y perímetros.

Pero también para incentivar la abstracción a fin de facilitar el razonamiento, desarrollar la argumentación, iniciar a la prueba.

¿Para qué sirven las matemáticas? Por las matemáticas mismas, pero también para algo más que las matemáticas, que no se reduce a ellas.

Sirvan los dos párrafos anteriores para evidenciar que la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas han sufrido grandes cambios a lo largo de la historia de la humanidad; pero, sorprendentemente, hay aspectos que se conservan, como el cálculo aritmético que sigue siendo una obra viva que se enseña, se estudia, se aprende y se usa, por una sencilla razón: a lo largo del tiempo ha estado ligado con las necesidades de la vida cotidiana y con el desarrollo de la ciencia en general.

Los grandes cambios se manifiestan tanto en las posibilidades de estudiar y aprender más, como en el hecho de que los aprendizajes sean más significativos y puedan utilizarse no sólo para resolver problemas muy concretos, sino para plantearse nuevas preguntas, estudiar por cuenta propia y seguir aprendiendo. Sin lugar a dudas, sigue siendo importante saber efectuar operaciones,

pero también lo es conocer la naturaleza de los algoritmos y el tipo de problemas que es factible resolver con ellos, así como utilizar otras herramientas de cálculo con distintos tipos de números y saber estimar resultados, entre muchos otros aspectos. Para esto es suficiente cursar la educación básica.

El enorme contraste entre lo que sucedía en el siglo XV respecto a la enseñanza y al aprendizaje de las matemáticas y lo que acontece en la actualidad, se explica en esencia por dos elementos: el desarrollo de su didáctica y el avance en cuanto a los recursos utilizados para realizar cálculos. En el primer caso, el camino va desde la simple transmisión de engorrosos pasos para obtener resultados, hasta la consideración de la didáctica como la ciencia del estudio y de ayuda para el estudio de matemáticas. Este largo trayecto pasa, a su vez, por dos paradigmas: uno que considera la didáctica como un arte difícil de ser analizado, controlado y sometido a reglas, y otro que mira el saber didáctico como un saber técnico, referido a la aplicación de conocimientos importados de otras disciplinas; por ejemplo, de la psicología, la pedagogía y la sociología (Chevallard, 1997).

En cuanto al segundo caso –el avance de las técnicas y la tecnología para realizar cálculos–, podemos remontarnos a los inicios del siglo XVI, cuando gracias al principio posicional de la numeración indoarábica y al cero, se inicia el desarrollo de las técnicas del cálculo, primero escrito, después mecánico y en la actualidad electrónico, sustentados en razonamientos aritméticos, algebraicos o geométricos.

1.1. Antecedentes

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas han pasado por tres momentos fundamentales, desde que en México la escuela secundaria existe como tal, independiente de la Escuela Nacional Preparatoria. El primero abarca de 1926 (año en que se publica el primer plan de estudios para secundaria) a 1974; se caracteriza por los esfuerzos centrados en las técnicas para enseñar y en el aprendizaje mediante la repetición mecánica de múltiples ejercicios. El siguiente es el periodo que abarca de 1975 a 1992, durante el cual prominentes matemáticos de varios países apostaron a la idea de hacer modificaciones relevantes a los contenidos: se introduce la teoría de conjuntos y un alto nivel de formalización

al abordar los temas, en el marco de un movimiento internacional conocido como “la enseñanza de la matemática moderna”. El tercer momento inició en 1993 y se caracteriza por centrar la atención en el estudio que realiza el alumno con ayuda del maestro, quien analiza y plantea situaciones problemáticas *ad hoc*, para que el alumno utilice y haga evolucionar sus conocimientos previos.

La reforma de 1975 introdujo la pedagogía por objetivos, que derivó en programas excesivamente prescriptivos de las acciones tanto del profesor como del alumno. Las actividades sugeridas eran conjuntos de pasos que, supuestamente, servían al profesor para guiar la actividad del alumno, sin comprender, ni uno ni otro, el porqué ni el para qué de esos pasos. Los objetivos señalados se quedaban a nivel del discurso, en deseos vagos que no lograban trastocar el estilo docente, que consistía en mostrar definiciones y propiedades sin sentido, o bien en resolver operaciones y problemas frente a los alumnos. Asimismo, es preciso aclarar que la pretensión de los matemáticos de mejorar la calidad de los aprendizajes por la vía de enseñar matemáticas mediante la teoría de conjuntos, no sólo no se logró sino introdujo un problema adicional debido al poco dominio de la matemática estructural, por parte de los profesores.

La reforma de 1993 es la antítesis de la que hubo en 1975, al menos en dos aspectos fundamentales en un programa de estudios: los contenidos y la metodología didáctica que se propone, explícita o implícitamente. El cambio de mayor relevancia en los contenidos fue la eliminación de la unidad “Lógica y conjuntos”, a partir del criterio de que el desarrollo del razonamiento lógico no es un asunto que compete sólo a una parte del curso, sino a todos los contenidos que se estudian en cada grado. Por otra parte, la falta de dominio de este aspecto por parte de los profesores había convertido el estudio del tema en la memorización de una serie de reglas y definiciones desvinculadas de los demás contenidos.

Aunque los avances resultaron importantes, hubo retroceso en cuanto a la claridad de los contenidos incluidos en el programa de estudio. Pareciera que de los programas de 1975 –donde se especificaba qué se pretendía aprender y se guiaba paso a paso el cómo– se pasó al extremo de sólo señalar, en forma escueta, qué se quería estudiar.

Como ejemplo, en el siguiente cuadro se muestra un tema incluido en ambos programas.

PROGRAMA DE 1975		PROGRAMA DE 1993
<p><i>Objetivo específico</i></p> <p>6.1.3. Distinguirá el valor absoluto de un número entero.</p>	<p><i>Actividades que se sugieren</i></p> <p>6.1.3.1. Defina el valor absoluto de un número entero. $a = a$ si a es no negativo, $a = -a$ si es negativo. Por ejemplo: $5 = 5$, $0 = 0$, $-5 = -5$</p> <p>6.1.3.2. Represente con la notación a el valor absoluto de a.</p> <p>6.1.3.3. Observe que el valor absoluto de un número entero es la distancia desde el cero hasta dicho número, sin tomar en cuenta el sentido, en la recta numérica; es decir, sin considerar el signo.</p> <p>6.1.3.4. Aplique en problemas, el valor absoluto de un número entero.</p>	<p>1. Ejemplos para introducir los números con signo</p> <ul style="list-style-type: none"> • Simétrico y valor absoluto de un número.

Evidentemente, en el programa de 1975 la información proporcionada en torno a un contenido, más allá de que su aplicación en actividades fuera inoperante, es mucho más amplia que la expresada en los programas de 1993. El enunciado “Simétrico y valor absoluto de un número” deja a juicio del profesor y de los autores de libros de texto, decidir cuáles son los aspectos a estudiar, e incluso hasta qué nivel de profundidad y de formalidad debe llegarse. Por otra parte, queda claro que las metodologías didácticas propuestas en ambos programas resultan completamente opuestas. Mientras en el primero se parte de la definición, continúa con la representación formal, después con el significado y finalmente su aplicación a problemas; en los programas de 1993, el enunciado sugiere iniciar con los problemas que dan significado al concepto, para seguir con la representación y finalmente con la definición.

A diferencia de los programas de 1975 que, como se ha mencionado guiaban paso a paso las acciones de maestro y alumnos, en los de 1993 únicamente encontramos recomendaciones generales, que no dejan de ser valiosas respecto a la manera de estudiar, enseñar y aprender matemáticas. Estas recomendaciones constituyen la metodología didáctica que, comúnmente, se conoce como el enfoque de resolución de problemas; además, en él se recogen los principales avances en el terreno de la investigación en didáctica de las matemáticas, que empezaron a desarrollarse en Francia en la década de 1970.

Los programas de estudio de Matemáticas de 1993 marcan una diferencia muy importante respecto a los anteriores, porque sientan las bases para emprender un nuevo rumbo en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, la experiencia ha demostrado que esto, junto con las acciones realizadas en los últimos 10 años para fortalecer las competencias didácticas de los profesores, no ha sido suficiente, lo cual se corrobora con los resultados obtenidos por los estudiantes de secundaria, tanto en pruebas nacionales como internacionales. En este sentido, resulta evidente que los avances de la teoría didáctica no van de la mano con las posibilidades que tienen los profesores de mejorar su desempeño en el salón de clases.

1.2. Bases conceptuales y pedagógicas

En la actualidad se sabe que en el proceso de estudio de las matemáticas hay tres elementos fundamentales a considerar: los alumnos, el profesor y el conocimiento matemático, traducido en actividades de estudio. Para llegar a considerar estos tres componentes como objeto de estudio de la didáctica de las matemáticas, hubo que pasar por analizar unilateralmente a cada uno.

Primero, la atención se centró en el profesor, esto explica por qué la didáctica se definió como el arte de enseñar. Después, el punto de atención fue el alumno, específicamente en los procesos cognitivos de los sujetos que aprenden. Se tomaron en cuenta, en este aspecto, desde los más burdos procesos de entrenamiento estímulo-respuesta, sugeridos por Thorndike a principios del siglo pasado, hasta los importantes aportes de la psicología genética que tuvieron mucho auge durante la década de 1980. Gracias a esta última etapa de la psicología, que durante mucho tiempo se asumió como la ciencia

encargada de resolver los problemas de la enseñanza y el aprendizaje, las actividades de estudio empiezan a jugar un papel importante. Este paradigma que puede considerarse como la concepción clásica de la didáctica, en el sentido de un conocimiento técnico que brinda elementos de otras disciplinas y en especial de la psicología para responder a la problemática planteada por el trabajo docente, echó raíces durante muchos años y ha sido difícil superarla.

El proceso enseñanza-aprendizaje es el principal objeto de estudio de esta concepción clásica de la didáctica; de ahí se derivan enfoques posteriores como el de “Aprendizaje significativo” (Ausubel, 1968), cuyo objeto de estudio es el conocimiento matemático del alumno y su evolución, aunque la explicación de este proceso se delega a la psicología. La característica fundamental de esta forma clásica de entender la didáctica radica en que los saberes que involucra, o bien están libres de problemas y por tanto de cuestionamiento alguno –como el conocimiento matemático–, o están fuera de la didáctica –como el saber psicológico, sociológico, epistemológico, entre otros, además de que, explica, en buena medida, por qué la didáctica de las matemáticas se asume como una disciplina que opera los conocimientos construidos en otras ramas del saber, pero no explica por sí misma los fenómenos didácticos (Chevallard, 1997).

A principios de la década de 1970, el investigador Guy Brousseau comenzó a construir la denominada “Teoría de las situaciones didácticas”, que con el paso de los años ha ido consolidando la didáctica de las matemáticas como una disciplina científica, que incorpora el conocimiento matemático como objeto de estudio y asume el proceso de estudio de las matemáticas como su principal objeto de investigación.

En México, la “Teoría de las situaciones didácticas” tiene sus primeras manifestaciones en los años 80, en el seno de un reducido grupo del Departamento de Investigaciones Educativas (DIE) del CINVESTAV-IPN. Los proyectos de investigación del grupo intentan explicar –considerando los tres elementos fundamentales que intervienen en el proceso didáctico: el alumno, el profesor y las actividades de estudio– cuáles son las mejores condiciones para que los alumnos de educación básica construyan conocimiento matemático.

El primer esfuerzo por plasmar resultados de la investigación en didáctica de las matemáticas, en materiales de desarrollo curricular que apoyan el

trabajo en el aula, se consolida en la obra *Dialogar y descubrir. Manual del instructor comunitario*, elaborada en el DIE-CINVESTAV-IPN, para los cursos comunitarios que imparte el Consejo Nacional de Fomento Educativo (Conafe).

Posteriormente, esta misma teoría fue muy importante para la propuesta curricular de 1993, lo cual se refleja en el enfoque didáctico para la enseñanza, el estudio y el aprendizaje de las matemáticas, así como en los materiales de desarrollo curricular para la educación primaria y secundaria. Cabe aclarar que dicha teoría ha logrado avances relevantes en México y en muchos otros países, sobre todo en el campo de la ingeniería didáctica que, como metodología de investigación, "...se caracteriza en primer lugar por un esquema experimental basado en las 'realizaciones didácticas' en clase; es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza" (Artigue, 1995).

Las investigaciones apoyadas en la ingeniería didáctica parten del contenido matemático específico que se quiere estudiar. A partir del análisis desde el punto de vista matemático, histórico, epistemológico o cualquier otro, se diseña una secuencia de situaciones problemáticas derivadas de una fundamental, se analiza previamente, se experimenta en el aula, se observa y se registra el desarrollo de las clases y, después, se analiza lo sucedido. Muchos resultados de estos procesos son insumos valiosos para enriquecer las propuestas de desarrollo curricular.

Por otra parte, la situación didáctica, en tanto conjunto de relaciones que se establecen entre los alumnos, el profesor y el saber –tal como se define en la "teoría de las situaciones didácticas"–, representa un escenario muy favorable para la formación ciudadana, ya que en ella se privilegia la comunicación, el trabajo en equipo, la búsqueda de acuerdos y argumentos para validar resultados y procedimientos, así como aprender a escuchar las ideas de los demás y a modificar las propias, lo cual implica respetar las reglas sociales del debate.

2

Programas de estudio 2006

En los programas de Matemáticas elaborados en 1993, los contenidos se agrupan de distinta manera en primaria y en secundaria. Mientras que en primaria se consideran seis ejes temáticos, en secundaria son cinco áreas. Los ejes temáticos, en general, se refieren a los principales temas de estudio, en tanto que los nombres de las áreas aluden a las ramas de las matemáticas, como aritmética y geometría, por ejemplo. Sin embargo, esta caracterización tampoco es uniforme, pues en el caso de la primaria hay un eje llamado geometría y en secundaria se incluye el área “Presentación y tratamiento de la información”, que es el nombre de un tema.

En principio, ambas formas de agrupar los contenidos son arbitrarias y no hay nada que demuestre que una es mejor que otra. Las áreas o ramas de las matemáticas obedecen a una tradición de muchos años atrás, según la cual a cada grado o ciclo le correspondía el estudio de una o más ramas.

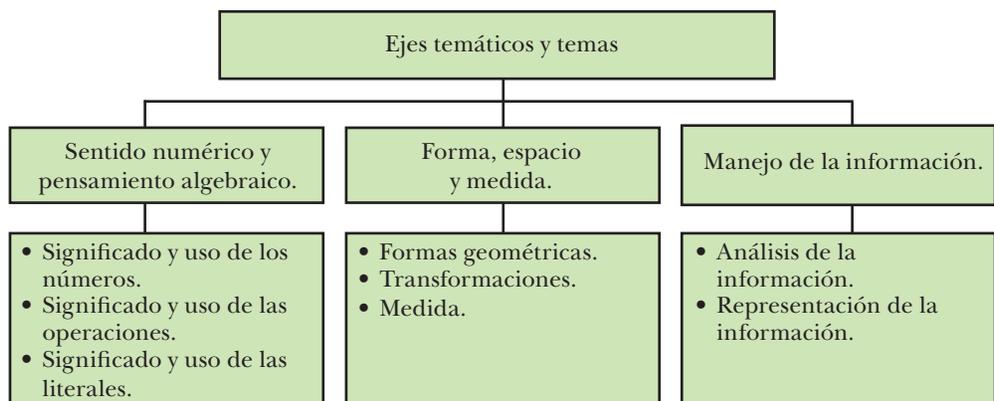
El agrupamiento de los contenidos en ejes temáticos, tanto en México como en otros países, es más reciente y se debe a tres propósitos relevantes: uno hace énfasis en los aspectos que interesa estudiar y aprender; otro consiste en establecer vínculos entre contenidos de las diferentes ramas de las matemáticas, y uno más se relaciona con la posibilidad de establecer líneas de estudio, que en algunos casos se inician en el nivel preescolar y culminan en la educación secundaria. Estos mismos propósitos explican la organización de los contenidos de los programas de estudio de Matemáticas 2006, en tres ejes temáticos: *a)* “Sentido numérico y pensamiento algebraico”, *b)* “Forma, espacio y medida” y *c)* “Manejo de la información”.

A partir del primer eje temático se establece una línea de continuidad que inicia en preescolar, con el estudio del número y llega al del lenguaje algebraico en la secundaria. En el camino se incorporan conjuntos numéricos y operaciones como las de los números fraccionarios, en tercer grado de primaria; los decimales, en cuarto grado, y los números con signo, en la secundaria.

El segundo eje (Forma, espacio y medida) también se inicia en preescolar, con el análisis de las características de algunas formas en dos y tres dimensiones, y con la comparación directa de algunas medidas. Asimismo, las herramientas numéricas y operatorias, que se aprenden a lo largo de la escolaridad básica, además de la posibilidad de usar el razonamiento deductivo, permiten efectuar un análisis más profundo de las propiedades geométricas.

Finalmente, el tercer eje (Manejo de la información) se inicia desde primer grado de primaria, con la lectura de información en ilustraciones y tablas, e incorpora poco a poco distintos aspectos, como la recopilación de datos, su organización, el análisis y la búsqueda de diferentes formas de representación mediante gráficas, tablas o reglas de correspondencia. En este eje confluyen la probabilidad, la estadística y el estudio de la proporcionalidad, y se conecta con la relación funcional que corresponde al primer eje, “Sentido numérico y pensamiento algebraico”.

Para una mejor comprensión de lo que se pretende estudiar en matemáticas, durante la educación secundaria, estos ejes se desglosan en temas, subtemas y conocimientos y habilidades; los dos primeros son conceptos matemáticos cada vez más específicos, mientras que el tercero presenta una descripción detallada de lo que se propone estudiar y aprender. El siguiente esquema muestra, de manera general, la organización de los contenidos, y en las tablas que se incluyen a continuación se registran los conceptos básicos que corresponden a cada subtema, eje y grado.



Distribución de conceptos básicos por eje, subtema y grado.

Sentido numérico y pensamiento algebraico		Secundaria		
		1°	2°	3°
Significado y uso de los números	Números naturales.	Análisis comparativo de distintos sistemas de numeración, según sus propiedades y su evolución histórica.		
	Números fraccionarios y decimales.	Interpretación del significado. Representaciones equivalentes. Representación en la recta numérica, a partir de distintas informaciones. Comparación y orden.		
	Números con signo.	Interpretación y uso en distintos contextos. Representación en la recta numérica, a partir de distintas informaciones. Comparación y orden.		

Significado y uso de las operaciones	Problemas aditivos.	<p>Significados de la adición y sustracción de números decimales y fraccionarios.</p> <p>Significados de la adición y sustracción de números con signo.</p> <p>Algoritmos de la adición y sustracción con números fraccionarios y decimales.</p> <p>Algoritmos de la adición y sustracción de números con signo.</p>	<p>Significados de la adición y sustracción con expresiones algebraicas.</p> <p>Algoritmos para sumar y restar polinomios.</p>	
	Problemas multiplicativos.	<p>Significados de la multiplicación y división de números decimales y fraccionarios.</p> <p>Algoritmos de la multiplicación y división con números fraccionarios y decimales.</p>	<p>Significados de la multiplicación y división de números con signo.</p> <p>Significados de la multiplicación y división de expresiones algebraicas.</p> <p>Algoritmos para multiplicar y dividir polinomios.</p>	
	Potenciación-radicación.	<p>Significado de elevar a una potencia, un número cualquiera diferente de cero.</p> <p>Cálculo de potencias con exponente natural.</p> <p>Significado de extraer una raíz a números naturales y decimales.</p> <p>Cálculo de la raíz cuadrada por diversos métodos.</p>	<p>Productos y cocientes de potencias de la misma base, potencia de una potencia.</p> <p>Exponentes negativos.</p> <p>Notación científica.</p>	
	Operaciones combinadas.		<p>Expresiones algebraicas equivalentes.</p> <p>Jerarquía de operaciones. Uso de paréntesis.</p>	<p>Algoritmos para factorizar expresiones algebraicas y efectuar o simplificar cálculos.</p>

Significado y uso de las literales	Patrones y fórmulas.	Obtención de reglas de sucesiones numéricas y figurativas. Interpretación de fórmulas geométricas.	Construcción de sucesiones de números con signo, a partir de una regla dada y obtención de la regla que genera la sucesión.	Deducción de una expresión algebraica, para definir el enésimo término de una sucesión numérica o figurativa.
	Ecuaciones.	Resolución de ecuaciones de primer grado de la forma $x + a = b$; $ax = b$; $ax + b = c$, utilizando las propiedades de la igualdad, con a, b y c números naturales o decimales.	Resolución de problemas mediante ecuaciones de primer grado de la forma: $ax + bx + c = dx + ex + f$ aplicando las propiedades de la igualdad. Resolución de ecuaciones con paréntesis. Resolución de problemas utilizando sistemas de dos ecuaciones lineales.	Resolución de problemas mediante ecuaciones cuadráticas. Planteamiento de la ecuación lineal, cuadrática o sistema de ecuaciones que resuelve un problema dado.
	Relación funcional.	Uso de tablas y expresiones algebraicas para representar e interpretar funciones lineales con parámetros enteros.	Uso de tablas y expresiones algebraicas para representar e interpretar funciones lineales.	Uso de tablas y expresiones algebraicas para representar e interpretar funciones cuadráticas.

Forma, espacio y medida		Secundaria		
		1°	2°	3°
Formas geométricas	Figuras planas.	Construcción de polígonos regulares.	Criterios de congruencia de triángulos. Características de figuras que recubren el plano.	Aplicaciones de la congruencia de triángulos.
	Rectas y ángulos.	Mediatriz de un segmento y bisectriz de un ángulo.	Mediatrices, medianas, alturas y bisectrices en triángulos; propiedades y construcción. Diferentes tipos de ángulos y sus propiedades.	Posiciones relativas de una recta y una circunferencia, y de circunferencias entre sí. Ángulo central y ángulo inscrito de una circunferencia.
	Semejanza.			Semejanza de figuras. Criterios de semejanza de triángulos y su aplicación al resolver problemas. Estudio del teorema de Tales.
	Cuerpos geométricos.		Cubos, prismas y pirámides. Elementos y propiedades. Desarrollos planos. Cuerpos generados por deslizamientos y por revolución. Formas generadas al hacer cortes en un cuerpo geométrico.	Cuerpos con caras curvas (esferas, conos y cilindros); desarrollos planos; elementos y propiedades. Secciones planas en cilindros, esfera y conos.

Medida	Estimar, medir y calcular.	Perímetros y áreas de triángulos, cuadriláteros y círculo. Conversión de unidades de medida.	Estimación, medición y cálculo de ángulos. Equivalencias en el sistema sexagesimal. Volumen de cubos, prismas y pirámides. Equivalencia entre unidades de volumen y capacidad. Cálculo del área total o parcial de cuerpos geométricos.	Cálculo de ángulos inscritos y centrales, arcos, sectores circulares y corona circular. Volumen de cilindros y conos. Aplicación del teorema de Pitágoras. Razones trigonométricas. Resolución de triángulos rectángulos.
	Justificación de fórmulas.	Significado de fórmulas geométricas. Justificación de las fórmulas de perímetro y área de triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares y círculo.	Justificación de la fórmula de la suma de los ángulos interiores de un polígono cualquiera. Justificación de las fórmulas de volumen de cubos, prismas, paralelepípedos rectos y pirámides.	Justificación de las fórmulas de volumen de cilindros y conos. Significado de las razones trigonométricas en triángulos rectángulos.
Transformaciones	Movimientos en el plano.	Simetría axial; propiedades. Clasificación de figuras utilizando la simetría axial.	Traslación y rotación de figuras; propiedades. Diseños que combinan la simetría axial y central, la rotación y traslación de figuras.	Homotecia; propiedades.

Manejo de la información		Secundaria		
		1°	2°	3°
Análisis de la información	Relaciones de proporcionalidad.	Aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad. Reparto proporcional. Proporcionalidad directa; propiedades, expresión algebraica y gráfica. Proporcionalidad inversa.	Cálculo del factor inverso. Proporcionalidad múltiple. Relaciones de proporcionalidad y función lineal. Comparación de razones.	
	Porcentaje.	Cálculo y expresión en forma decimal y fraccionaria. Porcentajes mayores de 100%.		Índices.
	Noción de probabilidad.	Espacio muestral. Estimación de probabilidades. Probabilidad clásica. Comparación de probabilidades. Juegos equitativos o no equitativos.	Cálculo de la probabilidad de eventos independientes. Cálculo de la probabilidad de eventos mutuamente excluyentes.	Simulación: urnas de Bernoulli.
Representación de la información	Diagramas -tablas.	Tablas de frecuencia absoluta y relativa. Arreglos rectangulares, diagramas de Carroll y de árbol, en problemas de conteo.	Representación tabular de funciones lineales. Arreglos rectangulares y diagramas de Venn, en problemas de conteo. Combinación, permutación y variación.	

Representación de la información	Gráficas.	Gráficas de línea, de barras y circulares.	<p>Polígonos de frecuencia.</p> <p>Gráficas de línea de datos que varían con el tiempo.</p> <p>Análisis de los parámetros m y b en las gráficas de función lineal.</p> <p>Gráficas de segmentos de línea.</p> <p>Gráficas de sistemas de ecuaciones lineales.</p>	<p>Gráficas del tipo caja-brazos.</p> <p>Gráficas de funciones lineales; razón de cambio.</p> <p>Análisis gráfico de funciones cuadráticas, cúbicas y racionales.</p> <p>Gráfica de crecimiento aritmético o lineal y geométrico o exponencial.</p> <p>Gráficas de secciones rectas y curvas de fenómenos de movimiento.</p>
	Medidas de tendencia central y de dispersión.	Comparación del comportamiento de dos conjuntos de datos, a partir de sus medidas de tendencia central.	Cálculo de las medidas de tendencia central en datos agrupados.	Análisis de la distribución de los datos de una población, en gráficas de caja-brazos, con base en las medidas de tendencia central y de dispersión.

La separación de los contenidos en tres ejes temáticos corresponde a una organización conceptual, cuya finalidad principal es favorecer la vinculación entre contenidos de diferentes ramas de las matemáticas. Además, hay una separación en cinco bloques temáticos, que corresponde a una organización temporal. Este aporte de los nuevos programas de matemáticas no es menor, porque ofrece posibilidades a los profesores en varios aspectos: para que establezcan metas parciales a lo largo del ciclo escolar, para informar al colectivo docente y a los padres de familia sobre el desempeño de los alumnos, así como tomar las medidas pertinentes para mejorar este desempeño. Al inicio de cada bloque temático hay una sección de aprendizajes esperados donde se

sintetiza lo que todos los alumnos debieran saber y saber hacer, como resultado del estudio del bloque. Éste es el punto de partida para que el profesor evalúe el desempeño de los alumnos.

Usualmente, los programas de estudio contienen el qué estudiar y sólo algunas recomendaciones generales del cómo y para qué estudiar. Los programas de Matemáticas 2006 para la educación secundaria contienen una sección de orientaciones didácticas para cada apartado de conocimientos y habilidades; en esta sección se fundamenta lo que se propone estudiar y se dan ejemplos concretos sobre el tipo de problemas que se pueden plantear. Esto, además de ser un recurso didáctico importante, ayuda a conocer el nivel de profundidad que se quiere alcanzar. Por otra parte, la misma sección incluye referencias a ciertas actividades en que se hace uso de la tecnología y que forman parte de los materiales desarrollados en el proyecto Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (EMAT), por la Subsecretaría de Educación Básica.

Un aporte más de los programas de Matemáticas 2006 es el que se refiere al desarrollo de competencias matemáticas. Se trata de un apartado especial donde se explica qué se entiende por competencia matemática, se establecen categorías y se proponen sugerencias para evaluar su desarrollo.

Todos los aportes de los programas de Matemáticas 2006, para la educación secundaria, apuntan a mejorar la calidad del proceso didáctico o proceso de estudio en el que, como se dijo antes, intervienen el profesor, los alumnos y el conocimiento matemático, traducido en las actividades de estudio. Los programas constituyen, sin duda, una herramienta fundamental para lograr el propósito mencionado; sin embargo, no son suficientes. Para evitar lo que puede convertirse en un abismo entre lo planteado en los programas y lo sucedido en el aula, es necesario tender un puente cuya estructura se constituya con la planificación de las actividades de estudio. El gran reto consiste en cambiar la cultura de la planificación con carácter administrativo, que consume tiempo y esfuerzo a profesores y directivos, pero que no se usa, por una planificación útil, concisa y que permita mejorar el proceso de estudio. Por la importancia que reviste este aspecto, en los nuevos programas de Matemáticas también hay un apartado especial con sugerencias concretas.

3

Comentarios y aportaciones para el cambio curricular

Sin lugar a dudas, un aspecto relevante que debe tomarse en cuenta para elaborar cualquier programa de estudios, se refiere a qué contenidos es necesario estudiar, por qué éstos y no otros, y qué posibilidades brindarían a profesores y alumnos para estudiarlos con la profundidad requerida, a lo largo de un año escolar. Estos aspectos, y muchos otros relacionados con el uso de la tecnología, la planificación, la evaluación y con la pertinencia de las actividades sugeridas en los programas, son resultado de un largo proceso en el cual participaron especialistas en matemáticas y en didáctica de las matemáticas, jefes de enseñanza, asesores técnico-pedagógicos y una gran cantidad de profesores de grupo. Además, se consultaron directamente los currículos de varios países y el marco teórico del Tercer Estudio Internacional sobre Matemáticas y Ciencias (TIMSS); éste contiene un análisis de propuestas curriculares y de materiales de desarrollo curricular de 46 países participantes.

La consulta de esta fuente asegura que todos los contenidos de los programas de estudio de Matemáticas 2006, también están considerados en el marco de referencia para la prueba de matemáticas, elaborada por TIMSS. Sin embargo, no sucede lo mismo a la inversa; es decir, hay contenidos en este marco que no se incluyen en los programas de Matemáticas 2006, al considerar que su nivel de complejidad rebasa las posibilidades de comprensión de los alumnos de secundaria, como sucede con el tema de los números complejos y del cálculo vectorial.

Respecto a si es suficiente o no el tiempo para el estudio del total de contenidos, con la profundidad necesaria, es difícil dar una respuesta categórica en un sentido o en otro, pues existe una gran cantidad de variables que pueden interferir en las actividades, en el salón de clases, y evitar que el tiempo se aproveche adecuadamente. Lo importante es no perder de vista este aspecto

y aprovechar toda la información que surja en el desarrollo de los programas, para emitir un juicio más fundamentado que permita tomar decisiones al respecto. Conviene señalar, asimismo, que el aligeramiento de los programas fue una recomendación reiterada tanto de los asesores y lectores externos, como de los docentes y directivos que se expresaron durante de la Consulta Nacional. En consecuencia, hubo un esfuerzo considerable para analizar la relevancia de los contenidos que se proponen en los programas de Matemáticas 2006.

Otras modificaciones realizadas a lo largo del proceso de construcción de la propuesta curricular, se relacionan con la redacción del documento, para lograr la mayor claridad posible, con el reacomodo de algunos contenidos y, como resultado de la aplicación piloto de los programas –en dos escuelas secundarias del estado de Morelos, durante el ciclo escolar 2004-2005–, la inclusión de un apartado que se refiere a la planificación de actividades de estudio.

La Primera Etapa de Implementación (PEI) de la Reforma de la Educación Secundaria, durante el año escolar 2005-2006, sólo orientó algunos ajustes menores en el programa de Matemáticas de primer grado, pero brindó la gran oportunidad de consolidar un equipo de asesores en todo el país, mismos que elaboraron planes de clase que cubrieran todos los temas propuestos para primer grado. La puesta en práctica de estos planes por parte de los profesores participantes en la PEI ha generado cambios muy importantes, en cuanto a la actitud de profesores y alumnos ante el estudio de las matemáticas.

4

Actualidad y pertinencia en el marco internacional

Los programas de Matemáticas 2006 incluyen los elementos necesarios para hacerlos pertinentes en el marco internacional, en relación con los contenidos que se estudian y la metodología didáctica que se propone, como con las sugerencias para evaluar y las orientaciones didácticas que se encuentran en el mismo programa. No obstante, se debe reconocer que en México, como en cualquier país del mundo, hay una diferencia más o menos grande entre el currículo propuesto y el real, es decir, el que desarrolla el profesor en el salón de clases. Dicho de otra manera, los programas de estudio, por muy bien contruidos que estén, no resultan suficientes para mejorar la práctica docente.

En el plano internacional, los esfuerzos por lograr mejores prácticas en el aula son diversos, aunque todos apuntan hacia un propósito común: generar ambientes de reflexión, búsqueda de estrategias, de argumentos para validar procedimientos y resultados, de trabajo en equipo, etcétera. Estos esfuerzos privilegian, en mayor o menor medida, aspectos como la formación y actualización de profesores, el uso de la tecnología, los materiales *ad hoc* para apoyar el estudio, entre otros. Pese al trabajo realizado en la última década, la educación secundaria en México padece fuertes rezagos en lo que se refiere a la profesionalización de profesores, a la infraestructura y a la gestión y organización de las escuelas, aunque hay compromisos por parte del Estado para tratar de resolverlos. Mientras esto sucede, conviene resaltar que en el marco de la Reforma de la Educación Secundaria, y como parte de la PEI, ha habido una labor de suma importancia por parte de los equipos técnicos estatales, para incidir en el currículo real, apoyando a los profesores con la planificación de actividades que respondan a intenciones didácticas precisas, vinculadas con las herramientas matemáticas que se preten-

de construir y con las habilidades matemáticas que se quiere desarrollar en los alumnos.

La expectativa consiste en generar en el profesorado una nueva cultura de la planificación, haciendo énfasis en la importancia de buscar y analizar actividades de estudio que respondan a intenciones didácticas claras; plantearlas a los alumnos de manera abierta, ayudarlos a analizar y a socializar los procedimientos encontrados; finalmente, emitir un juicio sobre la pertinencia de cada una de las actividades, para poder mejorarlas. La estrategia es involucrar a los profesores en un proceso de mejora continua de su práctica diaria, a partir de lo cual, es seguro que surgirán necesidades personales de actualización más genuinas y más provechosas.

Los programas de Matemáticas 2006 para la educación secundaria asumen como meta, con el concurso del profesorado, tanto la construcción de conocimientos y el desarrollo de habilidades como, en un sentido más amplio, la formación de ciudadanos matemáticamente competentes, capaces de interpretar y comunicar información matemática, así como de resolver problemas matemáticos propios y ajenos, formular argumentos y utilizar técnicas y tecnologías apropiadas a las situaciones que se les presenten.

Referencias

- Artigue, M. (1995), “Ingeniería didáctica”, en *Ingeniería didáctica en educación matemática*, México, Grupo Editorial Iberoamérica.
- Ausubel, D. P. (1968), *Educational Psychology: A Cognitive View*, Nueva York, Holt, Rinehart and Winston.
- Brousseau, Guy (2000), “Educación y didáctica de las matemáticas”, en *Educación Matemática*, vol. XII, núm. 1, México, Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 5-38.
- Chevallard, Y. et al. (1998), *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*, México, SEP (Biblioteca para la actualización del maestro).
- Ifrah, G. (2000), *Historia universal de las cifras. Edición especial para bibliotecas de las escuelas Normales y Centros de Maestros*, México, SEP.

Reforma de la Educación Secundaria.
Fundamentación Curricular.
Matemáticas

se imprimió por encargo de la Comisión Nacional
de los Libros de Texto Gratuitos,
en los talleres de

con domicilio en

en el mes de agosto de 2006.
El tiraje fue de 130 000 ejemplares.

